

1. Dado el campo vectorial $\vec{A} = x\vec{i} + y\vec{j} + z\vec{k}$, obtener la ecuación de sus líneas de campo.

[Sol.: $x=ay=bz$, siendo a y b constantes]

2. Demostrar que $\nabla r^n = nr^{n-2} \vec{r}$

3. Dado el campo escalar $U(x, y, z) = xy + yz + zx$, hallar la derivada direccional en el punto $M(2, 2, -1)$ en la dirección perpendicular a la superficie $x^2 + y^2 - 2z = 10$

[Sol.: 0]

4. Dado el campo escalar $\Phi = x^2yz + 4xz^2$: a) hallar la derivada direccional máxima en el punto $(1,-2,-1)$; b) hallar la derivada direccional, para el mismo punto, en la dirección y sentido del vector $2\vec{i} - \vec{j} - 2\vec{k}$.

[Sol.: a) $\sqrt{165}$; b) $\frac{37}{3}$]

5. Hallar las ecuaciones de la recta normal y del plano tangente a la superficie $x^2 + (y - 2)^2 + (z + 1)^2 = 9$ en el punto $(2, 1, 1)$.

[Sol.: $\frac{x-2}{4} = \frac{y-1}{-2} = \frac{z-1}{4}$; $4x-2y+4z=10$]

6. Dado el vector $\vec{V} = xy\vec{i} + x^2y^2\vec{j} + (xz - y)\vec{k}$, calcular su circulación a lo largo de: a) la recta que une los puntos $(1, 2, 1)$ y $(2, 1, 2)$; b) la curva de ecuaciones paramétricas $x = t^2, y=2t$ y $z = t^3$ desde $t=0$ hasta $t=1$.

[Sol.: a) $-\frac{17}{10}$; b) $\frac{229}{280}$]

7. Hallar la circulación del campo $\vec{F} = 3x^2\vec{i} + (2xz - y)\vec{j} + z\vec{k}$ a lo largo de: a) la recta que une los puntos $(0, 0, 0)$ y $(2, 1, 3)$; b) la curva $x = 2t^2, y = t, z = 4t^2 - t$ desde $t=0$ a $t=1$; c) la curva definida por $x^2 = 4y, 3x^3 = 8z$ desde $x=0$ hasta $x=2$.

[Sol.: 16 ; b) $71/5$; c) 16]

8. Calcular la circulación del campo vectorial $\vec{F} = (x + y)\vec{i} + 2x\vec{j}$ desde el punto $M(2, 0)$ al punto $N(-2, 0)$ a lo largo de la curva $x^2 + y^2 = 4$ ($y \geq 0$).

[Sol.: 2π]

9. Calcular la circulación del campo $\vec{F} = 2xy^2\vec{i} + 2(x^2y + y)\vec{j} + xy\vec{k}$ a lo largo de la línea cerrada constituida por los segmentos apropiados de la curva $y = x^2, z=0$ y la recta $y=2x$ en sentido contrario a las agujas del reloj.

[Sol.: 0]

10. Siendo $\vec{F} = (2x + y^2)\vec{i} + (3y - 4x)\vec{j} + xy\vec{k}$, hallar el flujo de dicho campo a través de la superficie indicada en la figura 1.

[Sol.: $1/2$]

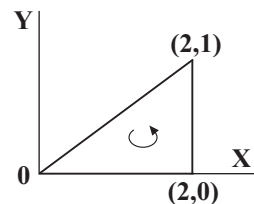


Figura 1

11. Hallar la función $\varphi(z)$ para la cual la divergencia del campo vectorial $\vec{A} = xz\vec{i} + y\vec{j} + \varphi(z)\vec{k}$ es igual a z

[Sol.: $\varphi(z) = c - z$]

12. Calcular el valor de la expresión $\nabla \cdot (r^4 + r^7)\vec{r}$.

[Sol.: $7r^4 + 10r^7$]

13. Dado el campo de vectores $\vec{V} = xy^2\vec{i} - 16y\vec{j} + zx^2\vec{k}$ analizar en que regiones del espacio existen manantiales y en cuales sumideros.
 [Sol.: sumideros en el interior del cilindro $x^2 + y^2 = 16$, manantiales en el exterior del cilindro $x^2 + y^2 = 16$]
14. Si $\vec{F} = (y + z)\vec{i} + (z + x)\vec{j} + (x + y)\vec{k}$ y S es la superficie cerrada limitada por los planos $x=0$, $y=0$, $z=0$, $x=1$, $y=1$, $z=1$, verificar el teorema de Gauss.
15. Determinar la densidad volúmica de magnitud activa que genera el campo vectorial $\vec{F} = (x - y)\vec{i} + (y - z)\vec{j} + (z - x)\vec{k}$.
 [Sol.: 3]
16. En una región del espacio existe una distribución de magnitud activa que genera un campo $\vec{F} = 2(x\vec{i} + y\vec{j} + z\vec{k})$, ¿qué cantidad de magnitud activa contiene una esfera de radio 3 y centro en el origen de coordenadas?
 [Sol.: 216π]
17. Demostrar que el campo vectorial $f(r)\vec{r}$ es irrotacional, sabiendo que $\nabla \wedge (\phi\vec{A}) = (\nabla\phi) \wedge \vec{A} + \phi(\nabla \wedge \vec{A})$
18. Demostrar que el producto vectorial de dos campos irrotacionales es solenoidal.
19. Hallar las constantes a, b, c de forma que $\vec{A} = (x + 2y + az)\vec{i} + (bx - 3y - z)\vec{j} + (4x + cy + 2z)\vec{k}$ sea un campo de vectores conservativo. Calcular la función potencial V tal que $\vec{A} = -\text{grad } V$ y hallar la circulación de dicho campo desde el punto P(2, 1, 0) al Q(-1, 2, 1).
 [Sol.: a=4, b=2, c=-1; -19]
20. Dado el campo vectorial $\vec{E} = \vec{r}/r^3$, obtener el escalar V de forma que $\vec{E} = -\nabla V$.
 [Sol.: $V = r^{-1} + \text{cte}$]
21. Verifique si el campo $\vec{A} = (3x^2y - 2xy^2)\vec{i} + (x^3 - 2x^2y)\vec{j} + 9z^2\vec{k}$ es irrotacional y en caso afirmativo determine por integración la función potencial de la que deriva.
 [Sol.: $-x^3y + x^2y^2 - 3z^3 + \text{cte}$]
22. Sabiendo que el campo de vectores $\vec{A} = (-2xy + 3x^2z)\vec{i} + (-x^2 - 2yz^2)\vec{j} + (x^3 - 2y^2z)\vec{k}$ deriva de un potencial V(x, y, z) y que para M(-1, 0, 1) se verifica $V_M = 0$, determinar: a) la función potencial por integración; b) la función potencial a partir de la circulación del vector \vec{A} desde el punto N(x, y, z) hasta el punto M(-1, 0, 1).
 [Sol.: $x^2y - x^3z + y^2z^2 - 1$]
23. Determinar el potencial del que deriva el campo $\vec{A} = (x\vec{i} + y\vec{j})/(x^2 + y^2 + 4)^{1/2}$.
 [Sol.: $-(x^2 + y^2 + 4)^{1/2} + \text{cte}$]
24. Dado el campo $\vec{B} = e^{(x-2y+3z)}(\vec{i} - 2\vec{j} + 3\vec{k})$ determine la función escalar de la que deriva dicho campo.
 [Sol.: $e^{(x-2y+3z)} + \text{cte}$]